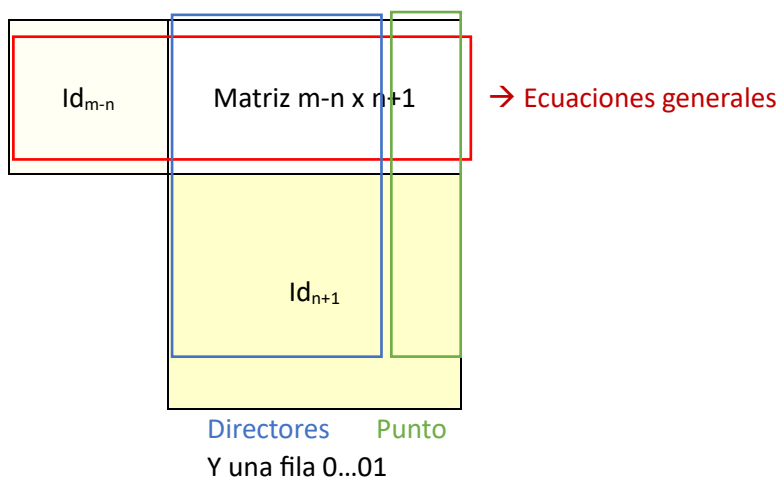


La estructura a conseguir en una subvariedad lineal afín de dimensión n en \mathbb{R}^m es



Si nos dan las ecuaciones generales, pasamos al otro miembro todas las incógnitas menos $m-n$ ($m-n$ número de ecuaciones) y multiplicamos esta matriz por la inversa de su primera $m-n \times m-n$. Así tendremos

Id_{m-n}	Nueva matriz	→ Ecuaciones generales
------------	--------------	------------------------

Se completa este cuadro escribiendo debajo de la Nueva matriz la Id_{n+1}

Y olvidándonos de la última fila, estas $n+1$ columnas son los n directores y un punto de la Variedad lineal afín

Si nos dan las ecuaciones vectoriales, escribimos en columnas los directores y el punto, añadimos una última fila con todo ceros salvo un 1 al final. Esa matriz se multiplica por la inversa de orden $n+1$ de sus $n+1$ últimas filas obteniendo

Matriz $m-n \times n+1$
Id_{n+1}

Completamos poniendo la matriz Id_n

Y ya tenemos el cuadro, las n primeras filas nos dan las ecuaciones generales

Id_{m-n}	Matriz $m-n \times n+1$	→ Ecuaciones generales
	Id_{n+1}	

PLANO de general a vectorial

$$2x + 3y + 4z = 5$$

Se escribe

$$2x = -3y - 4z + 5$$

$$2 \mid -3 \quad -4 \quad 5$$

Y completamos

$$2 \mid -3 \quad -4 \quad 5$$

$$2 \quad 0 \quad 0$$

$$0 \quad 2 \quad 0$$

0 0 2 esta última antes no la escribía, pero así se ve que al hacer la identidad la primera columna no hace falta dividirla entre 2 pues (-3 2 0) es el mismo director que entre dos, la tercera sí, que es el punto

$$2 \mid \begin{array}{|c|c|c|} \hline -3 & -4 & 5/2 \\ \hline 2 & 0 & 0 \\ \hline 0 & 2 & 0 \\ \hline \end{array}$$

D P

RECTA DE IMPLÍCITAS A VECTORIAL

$$2x + 3y + 4z = 1$$

$$5x - 4y + 6z = 7$$

Escribimos

$$2x + 3y = -4z + 1$$

$$5x - 4y = -6z + 7$$

Ahora la matriz

$$2 \quad 3 \mid -4 \quad 1$$

$$5 \quad -4 \mid -6 \quad 7$$

Multiplicamos por la cuasi inversa \rightarrow $\begin{matrix} -4 & -3 \\ -5 & 2 \end{matrix}$

$\begin{matrix} -4 & -3 \\ -5 & 2 \end{matrix}$ cuasi inversa \cdot matriz y resulta

$$7 \quad 0 \mid 34 \quad -25$$

$$0 \quad 7 \mid 8 \quad 9 \quad \text{y completamos}$$

$$7 \quad 0 \mid 34 \quad -25$$

$$0 \quad 7 \mid 8 \quad 9$$

$$7 \quad 0$$

$$0 \quad 7$$

la última columna que es el punto de la recta hay que dividirla entre 7

$$\begin{array}{l} 7 \quad 0 \mid \begin{array}{|c|c|} \hline 34 & -25/7 \\ \hline 8 & 9/7 \\ \hline 7 & 0 \\ \hline \end{array} \\ 0 \quad 7 \mid \end{array}$$

D P

AHORA VAMOS A PASAR DE VECTORIALES A IMPLÍCITAS

PLANO

$$\pi = (2, 2, 3) + \langle (4, 3, 2), (5, 6, 7) \rangle$$

en la matriz final anterior los directores son columnas y el punto es la última columna

$$4 \quad 5 \quad 2$$

$$3 \quad 6 \quad 2$$

$$2 \quad 7 \quad 3$$

Y una fila más que es $0 \quad 0 \quad 1$

$$4 \quad 5 \quad 2$$

$$3 \quad 6 \quad 2$$

$$2 \quad 7 \quad 3$$

$$0 \quad 0 \quad 1$$

La marcada es la que se tiene que hacer igual a la identidad luego si la llamo **A**, haremos

Matriz · cuasi inversa de A

La cuasi inversa de A es

$$7 \quad -6 \quad 4$$

$$-2 \quad 3 \quad -5$$

$0 \quad 0 \quad 9$ observar que es fácil de calcular solo el det de orden 2 de los marcados en granate y los dos primeros términos de la última columna

Al hacer Matriz · cuasi inversa de A resulta

$$18 \quad -9 \quad 9$$

$$9 \quad 0 \quad 0$$

$$0 \quad 9 \quad 0$$

$$0 \quad 0 \quad 9$$

Completamos

$$9 | \quad 18 \quad -9 \quad 9 \rightarrow \text{ecuación implícita del plano}$$

$$9 \quad 0 \quad 0$$

$$0 \quad 9 \quad 0$$

$$0 \quad 0 \quad 9$$

$$9x = 18y - 9z + 9$$

$$x - 2y + z = 1$$

RECTA

$$r = (1, 2, 3) + \langle (5, 6, 7) \rangle$$

$$5 \quad 1$$

$$6 \quad 2$$

$$7 \quad 3$$

$$0 \quad 1$$

La marcada es la que se tiene que hacer igual a la identidad luego si la llamo **A**, haremos

Matriz · cuasi inversa de A

$$5 \quad 1 \quad \cdot \quad 1 \quad -3 \quad 5 \quad -8 \quad 7 \quad 0 \quad | \quad 5 \quad -8$$

$$6 \quad 2 \quad 0 \quad 7 \rightarrow 6 \quad -4 \quad \text{Completamos} \quad 0 \quad 7 \quad | \quad 6 \quad -4$$

$$7 \quad 3 \quad 7 \quad 0 \quad 7 \quad 0$$

$$0 \quad 1 \quad 0 \quad 7 \quad 0 \quad 7$$

Las ecuaciones de r son

$$7x = 5z - 8$$

$$7y = 6z - 4$$

OPERANDO CON MÁS AGILIDAD

PLANO de general a vectorial

$$3x + 2y + 4z = 7 \rightarrow 3 \mid -2 \ -4 \ -7$$
$$3 \text{ Id}_3$$

3 es la cuasi inversa de $\det 3$, los directores son $(-2 \ 3 \ 0)$ y $(-4 \ 0 \ 3)$ y un punto es $(-7/3 \ 0 \ 0)$

RECTA DE IMPLÍCITAS A VECTORIAL

$$4x + 3y - 6z = 8 \quad 4x + 3y = 6z + 8 \quad \text{la cuasi inversa es } \begin{matrix} 5 & -3 \\ -2 & 4 \end{matrix} \text{ se multiplica por } \begin{matrix} 6 & 8 \\ -7 & 9 \end{matrix} \text{ da } \begin{matrix} 51 & 13 \\ -40 & 20 \end{matrix}$$
$$2x + 5y + 7z = 9 \quad 2x + 5y = -7z + 9 \quad \text{de det } 14$$

La recta es $(13/14 \ 20/14 \ 0) + \langle (51 \ -40 \ 14) \rangle$

PLANO de vectorial a general

Director 1	$(1, -2, 2) \ 0$	la cuasi inversa	$\begin{matrix} 2 & -2 & 0 \\ -5 & -2 & 0 \end{matrix}$	por	1	da	$\begin{matrix} 2 & \rightarrow & -14 \\ 2 & -5 & -44 \end{matrix}$	es la ec general
Director 2	$(0, 5, 2) \ 0$	det -14			0	-5		
Punto	$(3, 6, 2) \ 1$		$\begin{matrix} -2 & 16 & -14 \end{matrix}$		3	-44		

El plano es $-14x = 2y - 5z - 44$

RECTA DE VECTORIAL A IMPLÍCITAS

Director 1	$(2, 1, 3) \ 0$	la cuasi inversa	$\begin{matrix} 1 & 0 \\ -2 & 3 \end{matrix}$	por	2	1	da	$\begin{matrix} 2 & 1 & \rightarrow & 3 & 0 \\ 2 & 11 & 0 & 3 \end{matrix}$	son las ecuaciones implícitas
Punto	$(5, 6, 2) \ 1$	det 3	$\begin{matrix} -2 & 3 \\ 5 & 6 \end{matrix}$		5	6	11	16	

La recta es $3x = 2z + 11$
 $3y = 1z + 16$