



UNIVERSIDAD DE CANTABRIA

PRUEBAS DE ACCESO A LA UNIVERSIDAD

LOE – JUNIO 2010

MATEMÁTICAS II

INDICACIONES AL ALUMNO

1. Debe escogerse una sola de las opciones.
2. Debe exponerse con claridad el planteamiento de la respuesta o el método utilizado para su resolución. Todas las respuestas deben ser razonadas.
3. Entre corchetes se indica la puntuación máxima de cada apartado.
4. **No se permite el uso de calculadoras gráficas ni programables.**

OPCIÓN DE EXAMEN Nº 1

1. [3,25 PUNTOS] Considera el sistema de ecuaciones lineales:

$$\begin{cases} x + y + z = 1 \\ mx + y + (m-1)z = 2 \\ x + my + z = m \end{cases}, \quad m \in \mathbb{R}.$$

Estúdialo para los distintos valores del parámetro m y resuélvelo cuando sea compatible (calculando todas sus soluciones).

2.

- a) [1 PUNTO] Determina una función verificando las siguientes condiciones:

$$h(0)=0, \quad h'(0)=9 \quad \text{y} \quad h''(x)=-6x \quad \text{para todo } x \in \mathbb{R}.$$

- b) Razona si cada una de las siguientes afirmaciones es verdadera o falsa. En el caso de que consideres que la afirmación es falsa pon un ejemplo ilustrativo.

I. [1,25 PUNTOS] Si una función, $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, es continua y creciente, entonces es derivable en todo $\mathbb{R}$.

II. [1,25 PUNTOS] La recta $y = mx + 2$ es tangente a la función $g(x) = 2mx^2 - x + 4$ en $x = 1$ para cualquier valor del parámetro m .

3. Considera la recta: $s \equiv \begin{cases} x = 5 + t \\ y = t \\ z = -2 - 2t \end{cases} \quad (t \in \mathbb{R}).$

- a) [1,5 PUNTOS] Halla un punto A de la recta s que equidiste de los puntos: $B = (1,0,1)$ y $C = (2,4,-2)$.

- b) [1,75 PUNTOS] Calcula el área del triángulo cuyos vértices son los puntos: $B = (1,0,1)$, $C = (2,4,-2)$ y $D = (11,0,0)$.

OPCIÓN DE EXAMEN Nº 2

1. Considera la matriz:

$$A = \begin{pmatrix} 0 & m & 3 \\ m & \frac{1}{3} & 1 \\ 2 & -1 & -1 \end{pmatrix}, \text{ donde } m \in \mathbb{R}.$$

a) [1,25 PUNTOS] Indica para qué valores del parámetro m la matriz es regular (invertible).

b) [1 PUNTO] Para $m > 3$ razona si $B = \begin{pmatrix} 0 & m & 3 \\ 0 & 0 & 1 \\ \frac{1}{3} & -1 & -1 \end{pmatrix}$ es la matriz inversa de A .

c) [1 PUNTO] Para $m = 0$ determina las matrices diagonales, D , que cumplen: $AD = DA$.

2. Considera la función $f: \mathbb{R} \longrightarrow \mathbb{R}$ definida por: $f(x) = \begin{cases} x^2 & \text{si } x < 0 \\ 2x & \text{si } x \geq 0 \end{cases}$.

a) [1 PUNTO] Determina si la función es derivable en $x = 0$.

b) [1,25 PUNTOS] Estudia el crecimiento y decrecimiento de f y dibuja su gráfica.

c) [1,25 PUNTOS] Calcula el área de la región limitada por la gráfica de la función f , el eje de abscisas ($y = 0$) y las rectas verticales: $x = -3$ y $x = 2$.

3. Considera los puntos: $A = (0,1,-2)$, $B = (1,2,0)$, $C = (0,0,1)$ y $D = (1,0,m)$, donde $m \in \mathbb{R}$.

a) [1,25 PUNTOS] Determina el valor del parámetro m para que los cuatro puntos sean coplanarios.

b) [2 PUNTOS] Calcula el punto del plano $\pi \equiv x + y - z - 2 = 0$ más próximo al punto C .



UNIVERSIDAD DE CANTABRIA

PRUEBAS DE ACCESO A LA UNIVERSIDAD

LOE – SEPTIEMBRE 2010

MATEMÁTICAS II

INDICACIONES AL ALUMNO

1. Debe escogerse una sola de las opciones.
2. Debe exponerse con claridad el planteamiento de la respuesta o el método utilizado para su resolución. Todas las respuestas deben ser razonadas.
3. Entre corchetes se indica la puntuación máxima de cada apartado.
4. **No se permite el uso de calculadoras gráficas ni programables.**

OPCIÓN DE EXAMEN Nº 1

1. [3,25 PUNTOS] Considera el sistema de ecuaciones lineales:

$$\begin{cases} x + 3y + z = 5 \\ mx + 2z = 0 \\ my - z = m \end{cases}, \text{ donde } m \in \mathbf{R}.$$

Estúdialo para los distintos valores del parámetro m y resuélvelo cuando sea compatible (calculando todas sus soluciones).

2. Se desea cortar una alfombra rectangular para un pasillo teniendo en cuenta que sus bordes se rematarán con dos tipos de cintas: una, que cuesta 32 € por metro, se usará en los laterales, a lo largo del pasillo, y otra, con un precio de 50 € por metro, se empleará para los otros dos bordes.
- a) [1 PUNTO] Determina la función que permite obtener el coste del remate que bordea la alfombra a partir de las dimensiones de ésta.
 - b) [2 PUNTOS] Calcula las dimensiones que debe tener una alfombra de 1 metro cuadrado de superficie para que el remate que la bordea resulte lo más económico posible. Justifica que la solución calculada es la más económica.
 - c) [0,5 PUNTOS] Halla el coste del remate para las dimensiones obtenidas en el apartado anterior.
3. Los puntos $A = (2,1,0)$ y $B = (-1,3,-2)$ son dos vértices consecutivos de un paralelogramo cuyo centro es el punto $M = (1,1,1)$.
- a) [2 PUNTOS] Halla uno de los otros dos vértices y calcula el área del paralelogramo.
 - b) [1,25 PUNTOS] Determina una ecuación general del plano que contiene al paralelogramo.

OPCIÓN DE EXAMEN Nº 2

1. Sean A una matriz 3×3 , B una matriz 3×1 y no nula, O la matriz nula (cero) 3×1 . Considera los dos sistemas de ecuaciones lineales siguientes:

$$A X = B \quad \text{y} \quad A X = O.$$

Razona si cada una de las siguientes afirmaciones es verdadera o falsa. En el caso de que consideres que la afirmación es falsa pon un ejemplo ilustrativo.

- a)** [1,25 PUNTOS] Si la matriz A es regular (invertible), entonces el sistema $A X = B$ es compatible determinado.
- b)** [2 PUNTOS] Si el sistema $A X = B$ es incompatible, entonces el sistema $A X = O$ es compatible determinado.

2. Considera la función: $h(x) = \frac{27}{x} + ax + b$.

- a)** [1,5 PUNTOS] Calcula el valor de los parámetros a y b para que la gráfica de la función pase por el punto $(1,0)$ y en ese punto tenga un mínimo local.
- b)** [2 PUNTOS] Para $a=3$ y $b=2$ estudia la continuidad, los intervalos de crecimiento y decrecimiento y las asíntotas de la función.

3. Considera las rectas: $r_1 \equiv \begin{cases} x = t \\ y = -t \\ z = 1-t \end{cases} \quad (t \in \mathbf{R})$ y $r_2 \equiv \begin{cases} x = 2+s \\ y = s \\ z = m+s \end{cases} \quad (s \in \mathbf{R})$.

- a)** [1,5 PUNTOS] Encuentra un valor del parámetro m para que las rectas sean coplanarias.
- b)** [1,75 PUNTOS] Para $m=0$, calcula una recta que pase por el punto $P=(2,1,1)$ y que sea perpendicular a ambas rectas: r_1 y r_2 .



UNIVERSIDAD DE CANTABRIA

PRUEBAS DE ACCESO A LA UNIVERSIDAD

LOE – JUNIO 2011

MATEMÁTICAS II

INDICACIONES AL ALUMNO

1. Debe escogerse una sola de las opciones.
2. Debe exponerse con claridad el planteamiento de la respuesta o el método utilizado para su resolución. Todas las respuestas deben ser razonadas.
3. Entre corchetes se indica la puntuación máxima de cada apartado.
4. **No se permite el uso de calculadoras gráficas ni programables.**

OPCIÓN DE EXAMEN Nº 1

1. [3,25 PUNTOS] Considera el sistema de ecuaciones lineales:

$$\begin{cases} x + 2y + mz &= m - 1 \\ x + (m+1)y + (2m+1)z &= m \\ -x - 2y + z &= 2 \end{cases}, \quad m \in \mathbb{R}.$$

Estúdialo para los distintos valores del parámetro m y resuélvelo cuando sea compatible (calculando todas sus soluciones).

2.

- a) [1,75 PUNTOS] Determina los valores de a y b para que la función

$$f(x) = \begin{cases} \frac{e^x - x - a}{b \operatorname{sen}(x^2)} & \text{si } x \neq 0 \\ \frac{1}{2} & \text{si } x = 0 \end{cases}$$

sea continua en $x = 0$.

- b) [1,75 PUNTOS] Determina la función $g: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ que verifica

$$g(0) = 1, \quad g'(0) = 3 \quad \text{y} \quad g''(x) = (2+x)e^x + 2 \quad \text{todo } x \in \mathbb{R}.$$

3.

- a) [1,25 PUNTOS] Sean $\vec{u}$ y $\vec{v}$ dos vectores ortogonales y de módulo 1. Halla los valores del parámetro a para que los vectores $\vec{u} + a\vec{v}$ y $\vec{u} - a\vec{v}$ formen un ángulo de 60° .

- b) [1 PUNTO] Halla un vector $\vec{z}$ de módulo 1 y que sea ortogonal a los vectores $\vec{x} = (1,2,1)$ e $\vec{y} = (0,1,1)$.

- c) [1 PUNTO] Justifica si es verdadera o falsa la afirmación siguiente. Si la consideras falsa, pon un ejemplo ilustrativo.

“Si $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ son tres vectores no nulos que cumplen $\vec{a} \times \vec{b} = \vec{a} \times \vec{c}$, entonces $\vec{b} = \vec{c}$ ”

OPCIÓN DE EXAMEN Nº 2

1. Considera las matrices:

$$A = \begin{pmatrix} m-1 & 1 & 0 \\ m-1 & m+2 & 2 \\ m-1 & m+2 & m+1 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 1 & 0 & -1 \\ 1 & -1 & 1 \\ 0 & 0 & -1 \end{pmatrix}, \quad \text{donde } m \in \mathbf{R}.$$

a) [1,25 PUNTOS] Determina para qué valores del parámetro m la matriz A es regular (invertible).

b) [1 PUNTO] Para $m = 1$, calcula la matriz X que cumple $X - B^2 = AB$.

c) [1 PUNTO] Para $m = 1$, estudia si el sistema $A \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 \\ 8 \\ 8 \end{pmatrix}$ tiene solución. En caso afirmativo, calcula su solución.

2.

a) [1,25 PUNTOS] Sea $f: \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}$ una función derivable en todos los puntos tal que $f(2) = 0$ y $f'(2) = -3$. Considera la función $h(x) = e^{f(x)} + x \cos(f(x)) + (f(x))^2$. Calcula razonadamente $h'(2)$.

b) [1,25 PUNTOS] Determina si la función $g(x) = \frac{1}{1+|x|}$ es derivable en $x = 0$.

c) [1 PUNTO] Justifica si la siguiente afirmación es verdadera o falsa. Si consideras que es falsa, pon un ejemplo ilustrativo.

"Si $f: \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}$ es una función con $f'(x) = \begin{cases} -1 & \text{si } x < 0 \\ 1 & \text{si } x > 0 \end{cases}$ entonces la función f no es continua."

3. Considera los planos

$$\pi_1 \equiv 2x - y + z = 3$$

$$\pi_2 \equiv x - y + z = 2$$

$$\pi_3 \equiv 3x - y - az = b$$

donde $a, b \in \mathbf{R}$.

a) [1,25 PUNTOS] Determina el valor de los parámetros a y b para que los planos se corten en una recta r .

b) [1 PUNTO] Calcula unas ecuaciones paramétricas de la recta r .

c) [1 PUNTO] Halla una ecuación general del plano π que contiene a la recta r y que pasa por el punto $Q = (2, 1, 3)$.



UNIVERSIDAD DE CANTABRIA

PRUEBAS DE ACCESO A LA UNIVERSIDAD

LOE – SEPTIEMBRE 2011

MATEMÁTICAS II

INDICACIONES AL ALUMNO

1. Debe escogerse una sola de las opciones.
2. Debe exponerse con claridad el planteamiento de la respuesta o el método utilizado para su resolución. Todas las respuestas deben ser razonadas.
3. Entre corchetes se indica la puntuación máxima de cada apartado.
4. **No se permite el uso de calculadoras gráficas ni programables.**

OPCIÓN DE EXAMEN Nº 1

1. Una heladería vende helados de una, dos y tres bolas a uno, dos y tres euros respectivamente. El viernes ha vendido 157 helados obteniendo 278 euros y sabemos que el número de helados de una bola vendidos es k veces el número de helados de tres bolas.
 - a) [1 PUNTO] Plantea un sistema de ecuaciones lineales cuya resolución permita averiguar cuantos helados de cada tipo se han vendido.
 - b) [1,25 PUNTOS] Estudia para que valores del parámetro k el sistema tiene solución. ¿Es posible que se hayan vendido el mismo número de helados de una bola que de tres bolas?
 - c) [1 PUNTO] Para $k = 3$, calcula cuantos helados de cada tipo se han vendido.
2. Considera la función: $f(x) = \frac{2}{x^2 - 4x}$.
 - a) [1,25 PUNTOS] Calcula el dominio y las asíntotas de la función f .
 - b) [1,25 PUNTOS] Determina los intervalos de crecimiento y decrecimiento de la función f . Dibuja su gráfica.
 - c) [1 PUNTO] Calcula la integral $\int f(x) dx$.
3. Considera los vectores $\vec{u} = (a, a, -3)$, $\vec{v} = (1, -1, a)$ y $\vec{w} = (1, 2, 3)$.
 - a) [1 PUNTO] Determina para qué valores del parámetro a , los vectores $\vec{u}$, $\vec{v}$ y $\vec{w}$ son linealmente dependientes.
 - b) [1 PUNTO] Para $a = 2$, calcula la ecuación general del plano π que pasa por el punto $P = (1, 4, 0)$ y cuyos vectores directores son $\vec{u}$, $\vec{v}$.
 - c) [1,25 PUNTOS] Determina el valor del parámetro a para que los vectores $\vec{v}$ y $\vec{w}$ sean ortogonales y calcula el área del rectángulo que tiene por lados estos dos vectores.

OPCIÓN DE EXAMEN Nº 2

1. Considera las matrices $A = \begin{pmatrix} 1 & x & x \\ y & 0 & y \\ z & y & z \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 3 & 2 & m \end{pmatrix}$ y $C = \begin{pmatrix} 2 & 0 & 1 \end{pmatrix}$.

a) [1 PUNTO] Determina para qué valores de x, y, z la matriz A no tiene inversa.

b) [1,25 PUNTOS] Determina para qué valores del parámetro m el sistema dado por $B \cdot A = C$ tiene solución.

c) [1 PUNTO] Resuelve el sistema anterior para $m = 1$.

2. Considera la función: $f(x) = \begin{cases} x^2 + ax - 1 & \text{si } x \leq 1 \\ -bx^2 + x & \text{si } x > 1 \end{cases}$.

a) [2 PUNTOS] Calcula el valor de los parámetros a y b para que la función f sea continua y derivable para todo $x \in \mathbf{R}$.

b) [1,5 PUNTOS] Para dichos valores de a y b , determina los intervalos de crecimiento y decrecimiento de f y sus extremos relativos.

3. Considera el punto $P = (-1, -1, -12)$ y el plano π que contiene a los puntos $A = (1, -1, 1)$, $B = (1, 3, 2)$ y $O = (0, 0, 0)$.

a) [0,75 PUNTOS] Calcula la ecuación general del plano π .

b) [0,75 PUNTOS] Calcula la ecuación de la recta r que pasa por el punto P y es perpendicular al plano π .

c) [1,75 PUNTOS] Halla el punto C dado por la intersección de la recta r con el plano π y calcula el área del triángulo de vértices A, B y C .



UNIVERSIDAD DE CANTABRIA

PRUEBAS DE ACCESO A LA UNIVERSIDAD

LOE – JUNIO 2012

MATEMÁTICAS II

INDICACIONES AL ALUMNO

1. Debe escogerse una sola de las opciones.
2. Debe exponerse con claridad el planteamiento de la respuesta o el método utilizado para su resolución. Todas las respuestas deben ser razonadas.
3. Entre corchetes se indica la puntuación máxima de cada apartado.
4. **No se permite el uso de calculadoras gráficas ni programables. Tampoco está permitido el uso de dispositivos con acceso a Internet.**

OPCIÓN DE EXAMEN Nº 1

1. [3,25 PUNTOS] Considera el sistema de ecuaciones lineales:

$$\begin{cases} x + y + 2z &= 0 \\ x + ay + 3z &= 1 \\ x + y + (2-a)z &= a \end{cases}, \quad a \in \mathbf{R}.$$

Estúdialo para los distintos valores del parámetro a y resuélvelo cuando sea compatible (calculando todas sus soluciones).

2. Considera la función $f(x) = x^3 + ax^2 + bx + c$.

- a) [1,75 PUNTOS] Encuentra los valores de a , b y c de forma que la gráfica de la función f pase por el punto $(0,1)$ y las rectas tangentes a la gráfica de f en los puntos de abscisa $x = 0$ y $x = 1$ sean ambas paralelas a la recta $y = 3x + 5$.
- b) [1,75 PUNTOS] Para $a > 0$, $b = 0$ y $c = 0$, determina la función f tal que el área de la región limitada por su gráfica, el eje OX (recta $y = 0$) y las rectas $x = 0$ y $x = 1$ sea igual a 3 unidades de superficie.

3. Considera el punto $P = (1,0,4)$ y el plano $\pi \equiv 2x - y + 3z = 0$.

- a) [0,75 PUNTOS] Calcula la ecuación de la recta r perpendicular al plano π y que pasa por el punto P .
- b) [1,5 PUNTOS] Determina el punto Q simétrico del punto P respecto del plano π .
- c) [1 PUNTO] Calcula la distancia del punto Q al plano π .

OPCIÓN DE EXAMEN Nº 2

1. Considera las matrices:

$$A = \begin{pmatrix} 1 & a & 0 \\ 0 & a & 0 \\ 0 & 0 & b \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 0 & 4 & -1 \\ 4 & -2 & 0 \\ 0 & 2 & 0 \end{pmatrix}, \quad C = \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}, \quad \text{donde } a, b \in \mathbf{R}.$$

a) [0,5 PUNTOS] Determina para qué valores de a y b la matriz A es regular (invertible).

b) [1,25 PUNTOS] Determina para qué valores de a y b se cumple $A = A^{-1}$.

c) [1,5 PUNTOS] Para $a = 2$ y $b = 2$, determina las matrices C que verifican $AC = BC$.

2.

a) [2,25 PUNTOS] De entre todos los números reales positivos x, y que suman 15, encuentra aquellos para los que el producto x^2y es máximo.

b) [1,25 PUNTOS] Determina si la función $f(x) = |x| - x$ es derivable en $x = 0$.

3. Sean A , B y C los puntos de intersección del plano π de ecuación $2x + y - 4z - 4 = 0$ con los tres ejes coordenados OX , OY y OZ respectivamente. Calcula:

a) [1,25 PUNTOS] El área del triángulo ABC .

b) [1 PUNTO] El perímetro del triángulo ABC .

c) [1 PUNTO] Las ecuaciones de las rectas que contienen a los lados del triángulo ABC .



UNIVERSIDAD DE CANTABRIA

PRUEBAS DE ACCESO A LA UNIVERSIDAD

LOE – SEPTIEMBRE 2012

MATEMÁTICAS II

INDICACIONES AL ALUMNO

1. Debe escogerse una sola de las opciones.
2. Debe exponerse con claridad el planteamiento de la respuesta o el método utilizado para su resolución. Todas las respuestas deben ser razonadas.
3. Entre corchetes se indica la puntuación máxima de cada apartado.
4. **No se permite el uso de calculadoras gráficas ni programables. Tampoco está permitido el uso de dispositivos con acceso a Internet.**

OPCIÓN DE EXAMEN Nº 1

1. Considera la matriz $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ m & m^2 & m^2 \\ m & m & m^2 \end{pmatrix}$ con $m \in \mathbb{R}$.
 - a) [1 PUNTO] Halla para qué valores del parámetro m la matriz A es regular (invertible).
 - b) [1,5 PUNTOS] Estudia para qué valores del parámetro m el sistema $A \cdot \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$ tiene solución.
 - c) [0,75 PUNTOS] Para $m = 1$, calcula las soluciones del sistema dado en el apartado anterior.
2. Considera la función: $f(x) = |x^2 - 1|$
 - a) [1,25 PUNTOS] Estudia la derivabilidad de la función f .
 - b) [1,25 PUNTOS] Calcula los intervalos de crecimiento y decrecimiento de f . Dibuja su gráfica.
 - c) [1 PUNTO] Calcula el área de la región limitada por la gráfica de la función f , el eje de abscisas ($y = 0$) y las rectas verticales $x = -1$ y $x = 1$.
3. Considera los puntos $A = (1,1,-1)$, $B = (0,3,1)$ y $C = (2, m-2, -3)$.
 - a) [1,25 PUNTOS] Determina para qué valor del parámetro m los tres puntos A, B y C están alineados y calcula las ecuaciones paramétricas de la recta que los contiene.
 - b) [1,25 PUNTOS] Determina los valores del parámetro m para los que el área del triángulo de vértices A, B y C es igual a $\frac{\sqrt{5}}{2}$ unidades de superficie.
 - c) [0,75 PUNTOS] Para $m = 0$, calcula la ecuación general del plano que contiene a los puntos A, B y C .

OPCIÓN DE EXAMEN Nº 2

1. Considera las matrices $A = \begin{pmatrix} x & y \\ y & z \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 2 & 6 \\ -1 & -3 \end{pmatrix}$ y $C = \begin{pmatrix} -4 & -12 \\ 1 & 3 \end{pmatrix}$.

a) [2,25 PUNTOS] Determina la matriz A que verifica: $\det(A) = -7$ y $A \cdot B = C$.

b) [1 PUNTO] Sean A, B, C las matrices dadas arriba y que verifican las condiciones del apartado anterior. Decide cuál de las igualdades siguientes se cumple. Justifica tu respuesta.

(b-1) $A = C \cdot B^{-1}$ (b-2) $B = A^{-1} \cdot C$ (b-3) $A^{-1} = B \cdot C^{-1}$

2.

a) Considera la función $g(x) = \frac{ax^2 + b}{x-1}$ definida para $x \neq 1$.

a-1) [1,25 PUNTOS] Calcula los valores de a y b para que la gráfica de g pase por el punto $(2,2)$ y tenga una asíntota oblicua de pendiente 1.

a-2) [1,25 PUNTOS] Para $a = 1$ y $b = 1$, calcula la ecuación de la recta tangente a la gráfica de g en el punto de abscisa $x = -1$.

b) [1 PUNTO] Determina si la función $f(x) = x|x|$ es derivable en $x = 0$.

3. Considera la recta $r \equiv \begin{cases} 3x + 2y - z - 1 = 0 \\ x + y - 1 = 0 \end{cases}$

a) [1,25 PUNTOS] Determina la ecuación de la recta s que corta perpendicularmente a la recta r y que pasa por el punto $P = (0,2,2)$.

b) [0,75 PUNTOS] Halla el punto Q dado por la intersección de las rectas r y s .

c) [1,25 PUNTOS] Calcula la ecuación general del plano π que contiene a las rectas r y s , y la ecuación de la recta r_1 perpendicular al plano π y que pasa por el punto Q .



UNIVERSIDAD DE CANTABRIA

PRUEBAS DE ACCESO A LA UNIVERSIDAD

LOE – JUNIO 2013

MATEMÁTICAS II

INDICACIONES AL ALUMNO

1. Debe escogerse una sola de las opciones.
2. Debe exponerse con claridad el planteamiento de la respuesta o el método utilizado para su resolución. Todas las respuestas deben ser razonadas.
3. Entre corchetes se indica la puntuación máxima de cada apartado.
4. **No se permite el uso de calculadoras gráficas ni programables. Tampoco está permitido el uso de dispositivos con acceso a Internet.**

OPCIÓN DE EXAMEN Nº 1

1. [3,25 PUNTOS] Considera el sistema de ecuaciones lineales:

$$\begin{cases} 2x + y + az &= -1 \\ -x + ay - z &= 2 \\ 2ax - 2y + a^2z &= 2 \end{cases}, \quad a \in \mathbf{R}.$$

Estúdialo para los distintos valores del parámetro a y resuélvelo cuando sea compatible (calculando todas sus soluciones).

2.

- a) [2 PUNTOS] De entre todos los rectángulos de perímetro 16 cm., determina las dimensiones del rectángulo que tiene la diagonal menor. Calcula la longitud de dicha diagonal.

- b) [1,5 PUNTOS] Calcula el valor de $a \in \mathbf{R}$, $a > 0$, para que el área de la región plana encerrada entre la parábola $y = x^2$ y la recta $y = a$ sea igual a $\frac{4}{3}$ unidades de superficie.

3. Los puntos $A = (1,3,1)$ y $B = (2,1,3)$ son dos vértices consecutivos de un cuadrado. Los otros dos vértices del cuadrado pertenecen a una recta r que pasa por el punto $P = (2,7,0)$.

- a) [1 PUNTO] Calcula la ecuación de la recta r .

- b) [1 PUNTO] Determina la ecuación general del plano π que contiene al cuadrado.

- c) [1,25 PUNTOS] Calcula las coordenadas de los otros dos vértices del cuadrado.

OPCIÓN DE EXAMEN Nº 2

1.

a) [2 PUNTOS] Dada la matriz $A = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}$, determina la matriz B que verifica $A + B = A \cdot B$.

b) [1,25 PUNTOS] Sea M una matriz cuadrada tal que $\det(M) = -1$ y $\det((-2)M) = 8$. Calcula el tamaño de la matriz M .

2.

a) [1,5 PUNTOS] Considera la función $f(x) = \frac{ax^2 + bx + c}{x^2 - 4}$. Halla los valores de a , b y c para que la gráfica de la función f tenga como asíntota horizontal la recta $y = -1$ y un mínimo en $(0,1)$.

b) [1 PUNTO] Estudia si la función $g(x) = \begin{cases} -x^2 + 1 & \text{si } x < 0 \\ 1 & \text{si } x \geq 0 \end{cases}$ es derivable en $x = 0$.

c) [1 PUNTO] ¿Cuántos puntos de inflexión puede tener como máximo una función polinómica de grado cuatro?

3. Considera la recta $r \equiv \frac{x-5}{-1} = y-2 = z$ y sea s la recta que pasa por los puntos $A = (1,6,6)$ y $B = (4,c,5)$.

a) [1,5 PUNTOS] Determina el valor del parámetro c para que las rectas r y s se corten. Halla el punto de corte P .

b) [1 PUNTO] Calcula la ecuación general del plano π que contiene a las dos rectas r y s .

c) [0,75 PUNTOS] Halla el coseno del ángulo α que forman las rectas r y s . (Si no has determinado el valor del parámetro c , calcula $\cos \alpha$ en función de c).



UNIVERSIDAD DE CANTABRIA

PRUEBAS DE ACCESO A LA UNIVERSIDAD

LOE – SEPTIEMBRE 2013

MATEMÁTICAS II

INDICACIONES AL ALUMNO

1. Debe escogerse una sola de las opciones.
2. Debe exponerse con claridad el planteamiento de la respuesta o el método utilizado para su resolución. Todas las respuestas deben ser razonadas.
3. Entre corchetes se indica la puntuación máxima de cada apartado.
4. **No se permite el uso de calculadoras gráficas ni programables. Tampoco está permitido el uso de dispositivos con acceso a Internet.**

OPCIÓN DE EXAMEN Nº 1

1. Considera las matrices $M = \begin{pmatrix} 2a & b & 1 \\ 3 & -2b & -2c \\ 5a & -2 & c \end{pmatrix}$ y $N = \begin{pmatrix} 3c \\ a \\ -4b \end{pmatrix}$.

a) [2 PUNTOS] Determina los valores a , b y c para que se verifique la igualdad $M \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix} = N$.

b) [1,25 PUNTOS] Estudia el carácter del sistema de ecuaciones lineales $M \cdot \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = N$ cuando

$$a = 0, b = -1 \text{ y } c = 2.$$

2. Considera la función $f: \mathbf{R} \longrightarrow \mathbf{R}$ definida por $f(x) = 1 - \frac{3x}{x^2 - 4}$.

a) [1,25 PUNTOS] Determina el dominio de definición de la función f . Calcula los puntos de corte con los ejes y las asíntotas de f .

b) [1 PUNTO] Calcula los intervalos de crecimiento y decrecimiento de f .

c) [1,25 PUNTOS] Halla los puntos de inflexión de f . Esboza la gráfica de la función f .

3.

a) [1,75 PUNTOS] Dados los vectores $\vec{u} = (a, b, 1)$, $\vec{v} = (-3, 4, 1)$ y $\vec{w} = (1, 2, c)$, determina el valor de los parámetros $a, b, c \in \mathbf{R}$ de manera que los vectores $\vec{v}$ y $\vec{w}$ sean perpendiculares y además $\vec{u} \times \vec{w} = \vec{v}$, donde $\vec{u} \times \vec{w}$ denota el producto vectorial.

b) [1,5 PUNTOS] Sea r la recta que pasa por el punto $P = (1, -1, 1)$ y tiene como vector director $\vec{v}_r = (1, 2, -2)$. ¿Existe algún valor de k para el cuál la recta r está contenida en el plano $\pi \equiv 2x + 3y + 4z = k$? En caso afirmativo, calcula el valor de k .

OPCIÓN DE EXAMEN Nº 2

1. Las edades de Juan, su padre y su abuelo cumplen las siguientes condiciones: la suma de las edades de Juan, su padre y el doble de la del abuelo es 182 años; el doble de la edad de Juan más la del abuelo es 100 años, y la de su padre es k veces la de Juan.

a) [1 PUNTO] Plantea un sistema de ecuaciones lineales cuya resolución permita hallar las edades de Juan, su padre y su abuelo.

b) [1 PUNTO] Estudia para qué valores del parámetro k el sistema tiene solución. ¿Es posible que la edad del padre de Juan sea el triple que la de Juan?

c) [1,25 PUNTOS] Calcula, si es posible, las edades de cada uno para $k = 2$ y $k = 4$.

2.

Considera la función $f(x) = \begin{cases} \frac{\operatorname{sen}(x^2)}{x} & \text{si } x > 0 \\ x^2 - 2x + a & \text{si } x \leq 0 \end{cases}$

a) [1,5 PUNTOS] Calcula el valor de a para que la función f sea continua en todo $\mathbf{R}$.

b) [1 PUNTO] Halla la ecuación de la recta tangente a la gráfica de la función f en el punto de abscisa $x = -1$.

c) [1 PUNTO] Calcula el área de la región limitada por la gráfica de la función f , el eje de abscisas ($y = 0$) y las rectas verticales $x = -1$ y $x = 0$.

3. Considera las rectas $r_1 \equiv \begin{cases} x - mz = 1 \\ 2x + y = 2 \end{cases}$ y $r_2 \equiv \begin{cases} x = 1 - s \\ y = 1 + 2s \\ z = -s \end{cases} \quad (s \in \mathbf{R})$

a) [1 PUNTO] Determina el valor del parámetro m para que las rectas r_1 y r_2 sean paralelas.

b) [1,25 PUNTOS] Calcula la distancia del punto $P = (1,1,1)$ a la recta r_2 .

c) [1 PUNTO] Halla la ecuación general del plano π que es perpendicular a la recta r_2 y pasa por el punto $Q = (1,0,-3)$.



UNIVERSIDAD DE CANTABRIA

PRUEBAS DE ACCESO A LA UNIVERSIDAD

LOE – JUNIO 2014

MATEMÁTICAS II

INDICACIONES AL ALUMNO

1. Debe escogerse una sola de las opciones.
2. Debe exponerse con claridad el planteamiento de la respuesta o el método utilizado para su resolución. Todas las respuestas deben ser razonadas.
3. Entre corchetes se indica la puntuación máxima de cada apartado.
4. **No se permite el uso de calculadoras gráficas ni programables. Tampoco está permitido el uso de dispositivos con acceso a Internet.**

OPCIÓN DE EXAMEN Nº 1

1. Considera la matriz $A = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 1 & a \end{pmatrix}$.

- a) [1 PUNTO] Calcula la matriz $B = A^2 - 2A$.
- b) [1 PUNTO] Determina para qué valores de a la matriz B tiene inversa.
- c) [1,25 PUNTOS] Para $a = 1$, calcula si es posible A^{-1} y B^{-1} .

2. Considera la función $f(x) = \begin{cases} \operatorname{sen}(x) & \text{si } x \in [-2\pi, 0) \\ x^2 - 2x & \text{si } x \in [0, 3] \end{cases}$

- a) [1 PUNTO] Estudia si la función f es derivable en $x = 0$.
- b) [1,5 PUNTOS] Calcula los puntos de corte con los ejes. Determina los intervalos de crecimiento y decrecimiento de la función f . Dibuja su gráfica.
- c) [1 PUNTO] Calcula el área de la región limitada por la gráfica de la función f , el eje de abscisas ($y = 0$) y las rectas verticales $x = 0$ y $x = 3$.

3. Considera el plano π y la recta r dados por

$$\pi: ax + 2y - 4z - 23 = 0, \quad r \equiv \frac{x-3}{4} = \frac{y-1}{-4} = z+3$$

- a) [1 PUNTO] Halla el valor de a para el cuál la recta r está contenida en el plano π .
- b) [1 PUNTO] ¿Existe algún valor de a para el que la recta r es perpendicular al plano π ?
- c) [1,25 PUNTOS] Para $a = 1$, calcula la ecuación general del plano π_1 que es perpendicular al plano π y que contiene a la recta r .

OPCIÓN DE EXAMEN Nº 2

1. [3,25 PUNTOS] Considera el sistema de ecuaciones lineales:

$$\begin{cases} ax + y + az = -2 \\ ay + z = 0 \\ x + ay + z = -2 \end{cases}, \quad a \in \mathbf{R}.$$

Estúdialo para los distintos valores del parámetro a y resuélvelo cuando sea compatible (calculando todas sus soluciones).

2.

- a) [2 PUNTOS] Halla tres números no negativos que sumen 14, tales que uno sea el doble de otro y que la suma de los cuadrados de los tres sea mínima.

- b) [1,5 PUNTOS] Considera la función $f: \mathbf{R} \longrightarrow \mathbf{R}$ definida por $f(x) = \frac{x}{e^x}$. Justifica si las afirmaciones siguientes son verdaderas o falsas.

b-1) $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = 1$

- b-2) La función f tiene un máximo relativo en $x = 1$.

3. Considera la recta $r \equiv \begin{cases} 3x - 2y - 11 = 0 \\ 2x - y - z - 5 = 0 \end{cases}$ y los puntos $A = (0,1,1)$ y $B = (1,2,1)$.

- a) [1,5 PUNTOS] Halla un punto P de la recta r que equidiste de los puntos A y B .

- b) [1 PUNTO] Calcula la ecuación general del plano π que contiene a la recta r y al punto A .

- c) [0,75 PUNTOS] Determina la distancia del punto B al plano π .



UNIVERSIDAD DE CANTABRIA

PRUEBAS DE ACCESO A LA UNIVERSIDAD

LOE – SEPTIEMBRE 2014

MATEMÁTICAS II

INDICACIONES AL ALUMNO

1. Debe escogerse una sola de las opciones.
2. Debe exponerse con claridad el planteamiento de la respuesta o el método utilizado para su resolución. Todas las respuestas deben ser razonadas.
3. Entre corchetes se indica la puntuación máxima de cada apartado.
4. **No se permite el uso de calculadoras gráficas ni programables. Tampoco está permitido el uso de dispositivos con acceso a Internet.**

OPCIÓN DE EXAMEN Nº 1

1. Considera las matrices $A = \begin{pmatrix} a & 1 \\ 1 & a \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$, $C = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}$ y $D = \begin{pmatrix} z \\ z \\ z \end{pmatrix}$.

- a) [0,75 PUNTOS] Sabiendo que se verifica $A \cdot B = 2C - D$, plantea un sistema de ecuaciones lineales cuyas incógnitas son x , y , z y donde a es un parámetro.
- b) [2,5 PUNTOS] Estudia el carácter del sistema para los distintos valores del parámetro a y resuélvelo cuando sea compatible (calculando todas sus soluciones).

2.

- a) [2 PUNTOS] Se quiere vallar una finca rectangular que está junto a un camino. La valla del lado del camino cuesta 125 euros el metro, y la de los otros tres lados cuesta 25 euros el metro. Hallar el área del terreno de mayor superficie que podemos vallar con 3000 euros.

- b) [1,5 PUNTOS] Halla las tangentes a la gráfica de la función $f(x) = \frac{2x}{x-1}$ que son paralelas a la recta $2x + y = 0$.

3. El vértice A de un triángulo rectángulo está en la recta $r \equiv \begin{cases} x & = 3 \\ y + z + 1 & = 0 \end{cases}$ y su hipotenusa tiene los vértices en los puntos $B = (2, 1, -1)$ y $C = (0, -1, 3)$.

- a) [1,5 PUNTOS] Halla el punto A y el área del triángulo de vértices A , B y C .
- b) [0,5 PUNTOS] Calcula la ecuación de la recta s que pasa por los puntos B y C .
- c) [1,25 PUNTOS] Estudia la posición relativa de las rectas r y s . En caso de que las rectas se corten, halla el punto de intersección.

OPCIÓN DE EXAMEN Nº 2

1. La suma de las tres cifras de un número es 16 y la suma de la primera y tercera cifras es igual a k veces la segunda. Permutando entre sí la primera y tercera cifras se obtiene un número que supera en 198 unidades al número dado.

- a) [1 PUNTO] Plantea un sistema de ecuaciones lineales cuya resolución permita hallar el número dado.
- b) [1,25 PUNTOS] Estudia para qué valores del parámetro k el sistema tiene solución.
- c) [1 PUNTO] Para $k = 1$, determina el número de tres cifras que cumple las condiciones del enunciado.

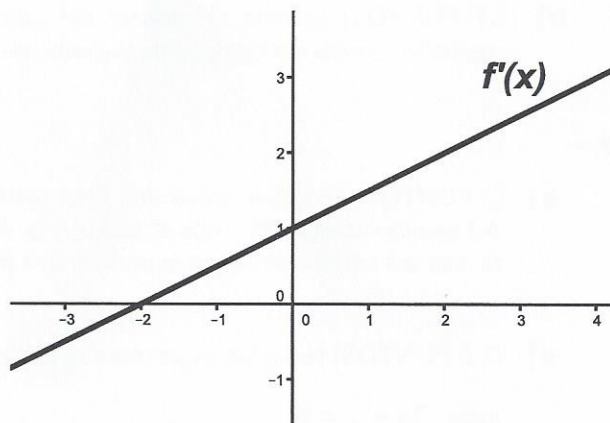
2. a) Considera la función $g : \mathbb{R} \longrightarrow \mathbb{R}$ definida por

$$g(x) = \begin{cases} x & \text{si } x \leq 0 \\ x \operatorname{sen}(x) & \text{si } x > 0 \end{cases}$$

- a-1) [1 PUNTO] Estudia la derivabilidad de g .

- a-2) [1,5 PUNTOS] Calcula el área del recinto limitado por la gráfica de la función, el eje de abscisas ($y = 0$) y las rectas $x = -1$ y $x = \frac{\pi}{2}$.

- b) [1 PUNTO] La gráfica adjunta corresponde a la función derivada f' de una función f . Estudia el crecimiento y decrecimiento de f y di si tiene un máximo o un mínimo.



3. Considera la recta

$$r \equiv \begin{cases} x + z - 3 & = 0 \\ x - 2y - z + 3 & = 0 \end{cases}$$

- a) [2 PUNTOS] Calcula el simétrico del punto $P = (4, 1, -1)$ respecto de la recta r .
- b) [1,25 PUNTOS] Halla la ecuación general del plano π que contiene a la recta r y al punto P .



UNIVERSIDAD DE CANTABRIA

PRUEBAS DE ACCESO A LA UNIVERSIDAD

LOE – JUNIO 2015

MATEMÁTICAS II

INDICACIONES AL ALUMNO

1. Debe escogerse una sola de las opciones.
2. Debe exponerse con claridad el planteamiento de la respuesta o el método utilizado para su resolución. Todas las respuestas deben ser razonadas.
3. Entre corchetes se indica la puntuación máxima de cada apartado.
4. **No se permite el uso de calculadoras gráficas ni programables. Tampoco está permitido el uso de dispositivos con acceso a Internet.**

OPCIÓN DE EXAMEN Nº 1

1) Considere el siguiente sistema dependiente del parámetro t

$$\begin{cases} tx + y + tz = t \\ x + ty + z = -t \\ y + tz = 0 \end{cases}$$

- a) [2 PUNTOS] Analice la existencia de soluciones dependiendo del valor del parámetro t .
- b) [1,25 PUNTOS] Calcule todas las soluciones en el caso de $t=2$.

2) Considere la función $f(x) = (1 + x^2)^{(1/x)}$

- a) [2.5 PUNTOS] Calcule $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$.
- b) [1 PUNTO] Calcule la derivada de $f(x)$.

3) Considere el punto $P = (1,1,1)$ y el plano $\Pi \equiv (2,1,0) + t\overrightarrow{(-1,1,1)} + s\overrightarrow{(1,-1,1)}$.

- a) [1 PUNTO] Calcule la recta r que pasa por P y es ortogonal al plano Π .
- b) [1,25 PUNTOS] Calcule la distancia entre P y Π .
- c) [1 PUNTO] Calcule la ecuación implícita (general) de Π .

OPCIÓN DE EXAMEN N° 2

1) Considere la matriz $A = \begin{pmatrix} -1 & 3 & 1 \\ -4 & 6 & 3 \\ 6 & -7 & -4 \end{pmatrix}$.

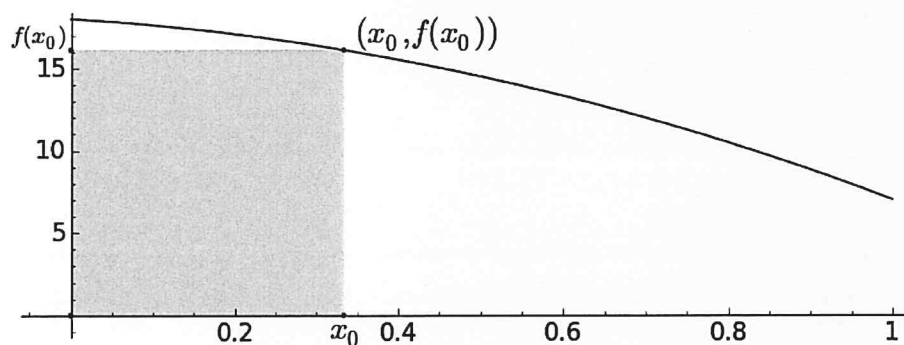
a) [1,25 PUNTOS] Calcule todos los vectores $v = \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}$ tales que $Av = v$.

b) [2 PUNTOS] Calcule la matriz inversa de A .

2) Consideremos el rectángulo cuyos vértices son: $(0,0)$, $(x_0,0)$, $(x_0, f(x_0))$, $(0, f(x_0))$, tal y como indica la figura, donde $0 \leq x_0 \leq 1$ y $f(x) = 18 - 3x - 8x^2$.

a) [2,5 PUNTOS] Calcule el valor de x_0 para que el área del rectángulo sea máxima. Calcule el área de dicho rectángulo.

b) [1 PUNTO] Calcule el área del recinto encerrado bajo la gráfica de $f(x)$ entre los valores $0 \leq x \leq 1$.



3) Sean A , B y C los puntos de coordenadas $A = (2, -1, 2)$, $B = (1, 0, 0)$, $C = (2, 4, -3)$ y sea r la recta

$$r \equiv \begin{cases} 2y - z = 0 \\ x + z = 2 \end{cases}$$

a) [1 PUNTO] Calcule las ecuaciones de la recta que pasa por el punto A y por el punto medio del segmento BC .

b) [1 PUNTO] Calcule el área del triángulo ABC .

c) [1,25 PUNTOS] Calcule la distancia del punto C a la recta r .



UNIVERSIDAD DE CANTABRIA

PRUEBAS DE ACCESO A LA UNIVERSIDAD

LOE – SEPTIEMBRE 2015

MATEMÁTICAS II

INDICACIONES AL ALUMNO

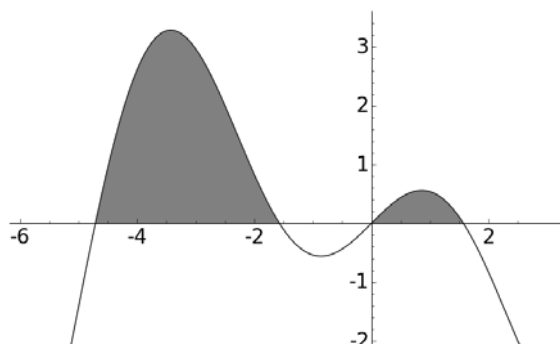
1. Debe escogerse una sola de las opciones.
2. Debe exponerse con claridad el planteamiento de la respuesta o el método utilizado para su resolución. Todas las respuestas deben ser razonadas.
3. Entre corchetes se indica la puntuación máxima de cada apartado.
4. **No se permite el uso de calculadoras gráficas ni programables. Tampoco está permitido el uso de dispositivos con acceso a Internet.**

OPCIÓN DE EXAMEN Nº 1

- 1) Considere el siguiente sistema de ecuaciones dependiendo del parámetro a

$$\begin{cases} ax + 2ay + az &= a + 1 \\ x + (a + 1)y + (2 - a)z &= 2a \end{cases}$$

- a) [1,75 PUNTOS] Calcule los valores de a para que el sistema tenga solución.
- b) [1,5 PUNTOS] Calcule todas las soluciones cuando $a = 1$ y cuando $a = -1$.
- 2) Considere la función $f(x) = x \cdot \cos(x)$.
- a) [2,5 PUNTOS] Calcule una primitiva de $f(x)$ y el área encerrada bajo la gráfica de $f(x)$ que se muestra sombreada en la figura. (Indicación: calcule los puntos de corte de la gráfica de $f(x)$ con los ejes).
- b) [1 PUNTO] Calcule la recta tangente a $f(x)$ en $x=0$.



- 3) Considere los puntos $A = (1,1,0)$, $B = (2,1,1)$, $C = (-1,1,2)$.
- a) [1 PUNTO] Calcule la ecuación implícita (general) del plano que pasa por A , B y C .
- b) [1 PUNTO] Calcule el ángulo que forman las rectas AB y AC .
- c) [1,25 PUNTOS] Calcule el área del triángulo ABC .

OPCIÓN DE EXAMEN Nº 2

1) El precio de 1 kilo de manzanas, 2 de peras y una docena de huevos es de 5 euros. El precio de 2 kilos de manzanas, 4 kilos de peras y tres docenas de huevos es de 12 euros. El precio de 5 docenas de huevos y 2 kilos de peras es de 11 euros y 50 céntimos.

a) [2 PUNTOS] Calcule el precio del kilo de peras, el kilo de manzanas y la docena de huevos.

b) [1,25 PUNTOS] Pedro ha comprado dos kilos de manzanas y tres kilos de peras. Carmen ha comprado un kilo de manzanas, una docena de huevos y dos kilos de peras. ¿Quién ha gastado más dinero?

2) Considere la función $f(x) = \frac{x^2 + 2}{x^2 - 1}$

a) [1,5 PUNTOS] Calcule su dominio, intervalos de crecimiento y decrecimiento.

b) [1 PUNTO] Calcule sus máximos y mínimos relativos y sus asíntotas.

c) [1 PUNTO] Haga un esbozo de la gráfica de la función.

3. Considere la recta $r \equiv \begin{cases} x + y + z = -2 \\ x - 2y = 4 \end{cases}$

a) [1 PUNTO] Determine la ecuación paramétrica de r .

b) [1,25 PUNTOS] Calcule el plano ortogonal a r que pasa por el punto $P = (2, 4, 0)$.

c) [1 PUNTO] Calcule la distancia entre P y r .



UNIVERSIDAD DE CANTABRIA

PRUEBAS DE ACCESO A LA UNIVERSIDAD

LOE - JUNIO 2016

MATEMÁTICAS II

INDICACIONES AL ALUMNO

1. Debe escogerse una sola de las opciones.
2. Debe exponerse con claridad el planteamiento de la respuesta o el método utilizado para su resolución. Todas las respuestas deben ser razonadas.
3. Entre corchetes se indica la puntuación máxima de cada apartado.
4. No se permite el uso de calculadoras gráficas ni programables, ni de cualquier otro dispositivo que pueda ejercer esta función.
5. Los dispositivos que pueden conectarse a internet, o que pueden recibir o emitir información, deben estar apagados durante la celebración del examen.

OPCIÓN DE EXAMEN Nº 1

Ejercicio 1

Sea A una matriz de la forma $A = \begin{pmatrix} -x+1 & -1 \\ x & x+1 \end{pmatrix}$, con $x \in \mathbb{R}$. Sea $I = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$ la matriz identidad.

- 1) [2 PUNTOS] Calcule los valores de x para los cuales se verifica la igualdad $A \cdot (A - I) = A - I$.
- 2) [1,25 PUNTOS] Calcule los valores de x para los cuales A tiene inversa. Calcule la inversa de A cuando $x = 2$.

Ejercicio 2

Se quiere construir un depósito (sin techo) con forma de prisma recto de base cuadrada y lados rectángulos. El depósito debe albergar un volumen de 2000 m^3 . Sabemos que el coste de materiales de la base es de $50\text{€}/\text{m}^2$, el coste de materiales de las cuatro paredes es de $100\text{€}/\text{m}^2$. Además, el coste de construcción es un coste fijo de 20000€ .

- 1) [0,5 PUNTOS] Escriba la función $c(l)$ de coste total en función del lado de la base l .
- 2) [1,5 PUNTOS] ¿Para qué valor de l es el coste total mínimo? ¿Cuánto es este coste?
- 3) [0,5 PUNTOS] ¿Qué ocurre con el coste cuando el lado l de la base del depósito tiende a infinito? ¿Y cuando tiende a cero?
- 4) [1 PUNTO] Usando solo los datos obtenidos de los apartados anteriores, haga un esbozo de la gráfica de la curva $c(l)$ en el dominio $l \in (0, \infty)$.

Ejercicio 3

Sea Π el plano $\Pi \equiv x - y + z = 0$. Sea r la recta $r \equiv \frac{x-1}{2} = \frac{y}{-1} = \frac{z+1}{2}$

- 1) [0,75 PUNTOS] Describa la posición relativa de Π y r .
- 2) [1 PUNTO] Calcule el ángulo formado por Π y r (si no posee calculadora, puede dejar indicado el resultado final).
- 3) [1,5 PUNTOS] Dé un ejemplo de una recta que corte a r , una recta que sea paralela y distinta de r y una recta que se cruce con r . Al menos una de esas rectas debe darse mediante sus ecuaciones implícitas (generales).

OPCIÓN DE EXAMEN Nº 2

Ejercicio 1

Considere el sistema de ecuaciones

$$\begin{pmatrix} 2 & 0 & 1 \\ 0 & t & 3 \\ 2 & 0 & 2 \\ t^2 - 3t + 2 & 0 & 2 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 \\ 3 \\ 3 \\ 3 \end{pmatrix}$$

con $t \in \mathbb{R}$.

[3,25 PUNTOS] Estudie la compatibilidad del sistema, dependiendo del parámetro t , y calcule todas las soluciones en los casos en los que sea compatible.

Ejercicio 2

Sea $f(x) = \ln(x^2 + 3x + 2)$.

- 1) [2,5 PUNTOS] Calcule el dominio de f , los cortes con los ejes, intervalos de crecimiento y decrecimiento, máximos y mínimos relativos y sus asíntotas.
- 2) [1 PUNTO] Haga un esbozo de la gráfica de f .

Ejercicio 3

Sea Π el plano $\Pi \equiv (0, 0, 1) + t\overrightarrow{(1, 2, 0)} + s\overrightarrow{(0, 1, 1)}$, sea U el punto $U = (2, 0, 1)$.

- 1) [1,5 PUNTOS] Calcule el punto V de Π más próximo a U .
- 2) [1 PUNTO] Calcule la distancia de U a Π .
- 3) [0,75 PUNTOS] Calcule las ecuaciones implícitas (generales) de una recta paralela al plano Π que pase por el punto U .



UNIVERSIDAD DE CANTABRIA

PRUEBAS DE ACCESO A LA UNIVERSIDAD

LOE - SEPTIEMBRE 2016

MATEMÁTICAS II

INDICACIONES AL ALUMNO

1. Debe escogerse una sola de las opciones.
2. Debe exponerse con claridad el planteamiento de la respuesta o el método utilizado para su resolución. Todas las respuestas deben ser razonadas.
3. Entre corchetes se indica la puntuación máxima de cada apartado.
4. **No se permite el uso de calculadoras gráficas ni programables. Tampoco está permitido el uso de dispositivos con acceso a Internet.**

OPCIÓN DE EXAMEN Nº 1

Ejercicio 1

Sean las matrices $A = \begin{pmatrix} 1 & a & b \\ c & 1 & b \\ -1 & c & a \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ 5 \end{pmatrix}$, $C = \begin{pmatrix} 13 \\ 5 \\ 0 \end{pmatrix}$, con a , b y c números reales.

- 1) [1,75 PUNTOS] Calcule los valores de a , b y c para que $AB = C$.
- 2) [1,5 PUNTOS] Calcule la inversa de A cuando $a = 0$, $b = 1$, $c = -1$.

Ejercicio 2

Sea f la función dada por

$$f(x) = \begin{cases} -3x + 3 & \text{si } x < 1 \\ ax^2 + bx + 3 & \text{si } 1 \leq x \leq 3 \\ \sqrt{x^2 - 5} & \text{si } 3 < x \end{cases}$$

- 1) [1 PUNTO] Calcule a y b para que la función f sea continua en todo $\mathbb{R}$.
- 2) [2,5 PUNTOS] Si $a = 1$ y $b = 2$, calcule el área encerrada bajo la gráfica de $f(x)$ entre las rectas $y = 0$, $x = 0$ y $x = 3$.

Ejercicio 3

Considere los puntos $A = (1, 1, 1)$, $B = (0, -1, 1)$ y $C = (2, -1, 2)$ de $\mathbb{R}^3$.

- 1) [1,5 PUNTOS] Calcule P , la proyección ortogonal del punto A sobre la recta $\overline{BC}$.
- 2) [1 PUNTO] Calcule la distancia de A a la recta $\overline{BC}$.
- 3) [0,75 PUNTOS] Compruebe que $|\overrightarrow{CA}|^2 - |\overrightarrow{AB}|^2 = |\overrightarrow{CP}|^2 - |\overrightarrow{PB}|^2$.

OPCIÓN DE EXAMEN N° 2

Ejercicio 1

Considere el sistema de ecuaciones dependiente de un parámetro:

$$\begin{pmatrix} a & 0 & 3a \\ 3 & 2 & 1 \\ -1 & 0 & -3a \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 5 \\ -1 \end{pmatrix}$$

- 1) [3,25 PUNTOS] Estudie el comportamiento del sistema dependiendo del valor del parámetro $a \in \mathbb{R}$. Calcule todas sus soluciones cuando el sistema sea compatible.

Ejercicio 2

Sea $f(x) = \frac{x}{x^2 + 4}$

- 1) [2,5 PUNTOS] Estudie el dominio de f , cortes con los ejes, simetrías respecto del eje OY y respecto del origen, intervalos de crecimiento y decrecimiento, extremos locales y asíntotas de la función $f(x)$.
- 2) [1 PUNTO] Dibuje un esbozo de la gráfica de f .

Ejercicio 3

Sean $P = (1, -1, 1)$, $Q = (0, 1, 3)$, $R = (1, 2, 2)$ tres puntos de $\mathbb{R}^3$.

- 1) [1 PUNTO] Calcule un vector v con la misma dirección y sentido que $\overrightarrow{PQ}$ y con el mismo módulo que $\overrightarrow{QR}$.
- 2) [1 PUNTO] ¿Están los puntos P , Q y R alineados? En caso negativo, calcule el área del triángulo PQR .
- 3) [1,25 PUNTOS] Calcule una recta perpendicular a $\overline{PQ}$ que pase por el punto R .